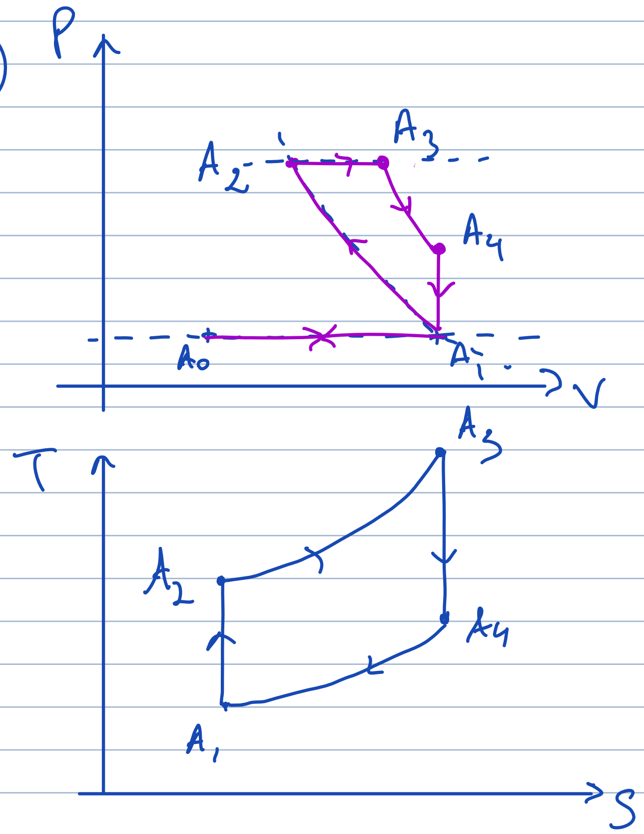
TD R8

Exercice 1.

1)



les transformations $A_1 \to A_2$ et $A_3 \to A_4$ sont adiabatiques réversibles et sont donc représentées par des hyperboles de paramètre γ. dans le diagramme (P,V) et des droites verticales (isentropiques) dans le diagramme (T,S)

Dans le diagramme (T,S), pour l'étape $A_2 \to A_3$ isobare

on a $S = C_p \ln T - nR \ln P + cste = C_p \ln T + cste$

Donc $T = e^{cste} \times e^{S/C_p}$

Il s'agit donc d'une courbe exponentielle.

De même, l'étape $A_4 \to A_1$ est isochore

Donc $S = C_v \ln T + nR \ln V + cste = C_v \ln T + cste$

Donc $T = e^{cste} \times e^{S/C_v}$

A nouveau, on a une courbe exponentielle

2) Il s'agit ici d'un moteur. L'étape de contact avec la source chaude correspond donc à l'étape de combustion du combustible. Donc l'étape $A_2 \to A_3$

L'étape de contact avec la source froide est l'étape de refroidissement, donc $A_4 \to A_1$.

Les 2 autres étapes ne PEUVENT pas être le siège des contacts avec les sources, car elles sont adiabatiques : il n'y a donc pas de transfert thermique.

3) On connait les paramètres d'état P_1, V_1 et T_1 à l'état A_1.
Le système étant un gaz parfait, on a

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$\text{Donc} \quad n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad m = n \times M = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \times M = \frac{P_1 V_1}{rT_1}$$

A.N. $m = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ kg $= 2{,}9$ g

4) La transformation $A_1 \to A_2$ est adiabatique réversible.
Le syst. étant un GP et étant fermé, on peut appliquer les lois de Laplace :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$$

$$\text{Donc} \quad P_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} P_1 = \underline{72 \text{ bar}}$$

Par ailleurs, $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

$$\text{Donc} \quad V_2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \times V_1 = \underline{0{,}12 \text{ L}}$$

Par ailleurs, l'étape $A_2 \to A_3$ est un échauffement isobare.

Donc $P_3 = P_2$ et $P_3 V_3 = nRT_3 = mrT_3$

Donc $T_3 = \dfrac{P_2 \times V_3}{mr} = \underline{2160 \text{ K}}$

5) L'étape $A_3 \to A_4$ est adiabatique réversible. Le syst étant toujours fermé et composé d'un GP, on a :

$$P_4 V_4^{\gamma} = P_2 V_3^{\gamma} \quad \text{Donc} \quad P_4 = P_2 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma}$$

$$= P_2 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma}$$

et $T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$ Donc $T_4 = T_3 \left(\dfrac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 860 \text{ K}$

6) L'étape de contact avec la source chaude est $A_2 \to A_3$.
Cette étape est isobare. On applique au système le 1° ppe :

$$\Delta_{23} H = Q_c$$

or $\Delta_{23} H = C_p \times (T_3 - T_2) = n \times \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_3 - T_2)$

or $n = \dfrac{m}{M}$ et $\dfrac{R}{M} = r$

Donc $\boxed{Q_c = -m \dfrac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_2 - T_3)}$ $= \underline{3{,}3 \cdot 10^3 \text{ J}}$

Rq $Q_c > 0$ 🙂

7) L'étape de contact avec la source froide est $A_4 \to A_1$.
Cette étape est isochore. On applique au système le 1° ppe :

$$\Delta_{41} U = Q_{41} = Q_f$$

$\Delta_{41} U = C_v (T_1 - T_4) = m \dfrac{r}{\gamma - 1} (T_1 - T_4) \Rightarrow Q_f = \underline{-1{,}2 \cdot 10^3 \text{ J}}$

Rq : $Q_f < 0$ ☺

Enfin, appliquons le 1° ppe sur tout le cycle :

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f$$

Donc $W = -Q_c - Q_f = -2{,}1 \cdot 10^3 \ J$

Rq : $W < 0$ ☺ ouf !

8) Par définition, $\eta = -\dfrac{W}{Q_c} = 0{,}64$ Rq : $\eta < 1$ ☺

9) Le rendement de Carnot : $\eta = 1 - \dfrac{T_c}{T_f} = 1 - \dfrac{T_1}{T_3}$

$= 0{,}86$

On a $\eta < \eta_c$, ce qui est normal étant donné que le rendement de Carnot n'est atteint qu'en cas de réversibilité du cycle, ce qui n'est pas le cas pour ce cycle Diesel.

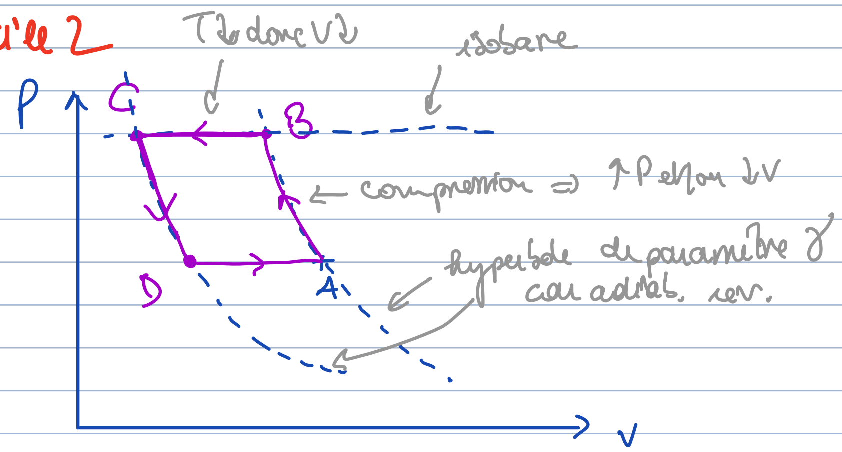
10) Ici, $V_{min} = V_2$ et $V_{max} = V_1$

Le rendement de Beau de Rochas avec les m̂ caractéristiques serait $\eta_{BR} = 1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{1-\gamma} = 0{,}7$.

Le cycle Diesel est donc moins efficace que le cycle de Beau de Rochas, à paramètres de volumes égaux.

Exercice 2

1)



2) Pour fournir de l'énergie à la source chaude il suffit que le syst. soit plus chaud que la source chaude au moment où il est en contact avec elle.

De même, pour soutirer de l'énergie à la source froide, il suffit que le syst. soit plus froid que la source froide au moment où il est en contact avec elle.

Donc l'étape B → C est le siège du transfert avec la source chaude Q_c

D → A est " " " froide Q_f.

3) $\Delta_{AB} S = 0$ car A → B est adiabatique rév donc isentropique

$\Delta_{BC} S = C_p \ln\left(\frac{T_c}{T'_c}\right) = C_{p,m} \times n \ln\left(\frac{T_c}{T'_c}\right)$

$\Delta_{CD} S = 0$

$\Delta_{DA} S = n\, C_{pm} \ln\left(\frac{T_f}{T'_f}\right)$

$\Delta_{cycle} S = \Delta_{AB} S + \Delta_{BC} S + \Delta_{CD} S + \Delta_{DA} S = n \times C_{p,m} \ln\left(\frac{T_c T_f}{T'_c T'_f}\right)$

Or, $\Delta_{cycle} S = 0$

Ainsi $n\, C_{p,m} \ln\left(\frac{T_c T_f}{T'_c T'_f}\right) = 0$

donc $\boxed{\frac{T_c T_f}{T'_c T'_f} = 1}$

4) Appliquons le 1° ppe sur l'étape $B \to C$:

$\Delta_{BC} U = w_{BC} + Q_{BC}$ avec $Q_{BC} = Q'_c$

or $\Delta_{BC} U = C_v (T_c - T'_c)$

$w_{BC} = -P_c (V_c - V_B) = -P_c V_c + P_c V_B$

$= -nRT_c + nRT'_c$

$= -nR(T_c - T'_c)$.

Donc $Q_{BC} = \Delta_{BC} U - w_{BC} = C_v (T_c - T'_c) + nR(T_c - T'_c)$

$= (C_v + nR)(T_c - T'_c) = C_p (T_c - T'_c)$

$= n\, C_{p,m} (T_c - T'_c)$.

⇑ La transformation est isobare. On peut donc appliquer le 1° ppe "version H" : $\Delta_{BC} H = Q_{BC}$

$C_p (T_c - T'_c) = Q_{BC}$

⇓.

Ensuite, la transfo $D \to A$ est isobare, donc :

$\Delta_{DA} H = Q_{DA} = Q'_f$.

Donc $Q'_f = C_p (T_f - T'_f) = n\, C_{p,m} (T_f - T'_f)$.

Par ailleurs, en appliquant le 1° ppe au cycle : $\Delta U = w' + Q'_c + Q'_f = 0$

Donc $W = -Q'_c - Q'_f$

$$\boxed{W = n \times C_{p,m} \left(T'_f + T'_c - T_f - T_c \right)}$$

5) $$e' = \frac{Q'_f}{W} = \frac{\cancel{n \times C_{p,m}} (T_f - T'_f)}{\cancel{n \times C_{p,m}} (T'_f + T'_c - T_f - T_c)}$$

$$= \frac{T_f - T'_f}{T'_f + T'_c - T_f - T_c} = 6$$

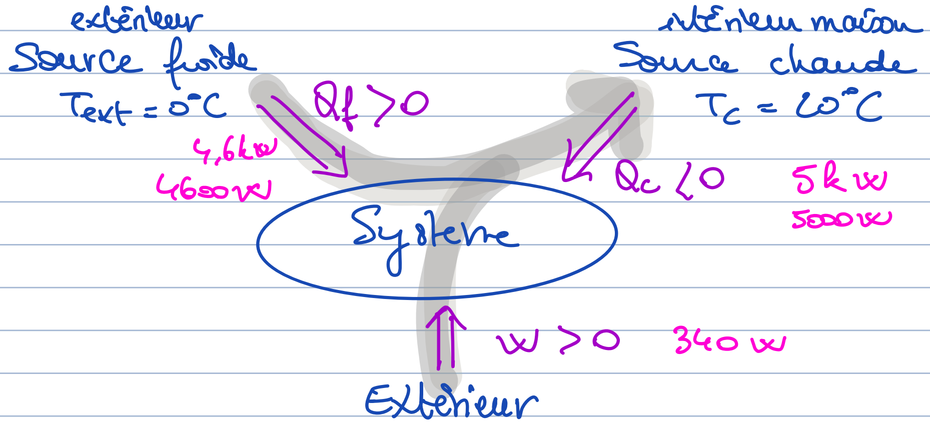
On a $e_c = \dfrac{T_f}{T_c - T_f} = 20$

$e' < e_c$, ce qui est normal car e_c est l'efficacité maximale atteignable et il y a de l'irréversibilité dans le cycle présenté.

Exercice 3

$|\dot{Q}_c| = 5\,kW = \left|\frac{dQ_c}{dt}\right|$ ($Q_c = 5\,kJ$ pendant en $1s$)

1)



2) Pour atteindre l'eff. max, il faut que le cycle soit réversible.

Appliquons le 1° ppe au cycle : $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$

$\rightarrow W = -Q_c - Q_f$

Donc $e_c = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$

Par ailleurs, le cycle étant réversible, on a le cas d'égalité de Clausius :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \quad \text{ie} \quad \frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$$

Donc $e_c = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \boxed{\frac{T_c}{T_c - T_f}}$.

3) On a $\mathcal{P} = |\dot{W}|$

$e_c = -\frac{Q_c}{W} \Rightarrow W = -\frac{Q_c}{e} \Rightarrow \dot{W} \overset{e=cte}{=} -\frac{\dot{Q}_c}{e}$

$\mathcal{P} = |\dot{W}| = \frac{|\dot{Q}_c|}{e} = \underline{340\ W}$

On a par ailleurs, $W = -Q_c - Q_f$

$$\dot{W} = -\dot{Q}_c - \dot{Q}_f$$

Donc $\dot{Q}_f = -\dot{W} - \dot{Q}_c$ car $W > 0$, $Q_c < 0$

$$= -|\dot{W}| + |\dot{Q}_c|$$

$$\underline{\dot{Q}_f = 4{,}6.10^3 \text{ W}}$$

4) $e_c = \dfrac{T_c}{T_c - T_f}$, donc pour avoir e_c le + gd possible, il faut $T_c \simeq T_f$.

Cependant, T_f est fixé, cela revient donc à vouloir maintenir la temp. à l'int de sa maison à 0°C, ce qui n'est pas très confortable (mais gratuit, d'où l'efficacité ∞).

5) $P' = \dfrac{|\dot{Q}_c|}{e} = \underline{1{,}6.10^3 \text{ W}}$

et $\dot{Q}_f = -P' + |\dot{Q}_c| = \underline{3{,}4.10^3 \text{ W}}$